Physik Formelsammlung - Basisprüfung

Dino Wernli, Fabian Hahn, Stefan Götschi

14. Juli 2008

1 Einheiten und Konstanten

1.1 Einheiten

- Newton (Kraft): $N = kg\ m\ s^{-2}$
- Joule (Energie, Arbeit): $J = kg\ m^2\ s^{-2}$
- Watt (Leistung): $W = kg\ m^2\ s^{-3}$
- Ampère (Strom): $A = s^{-1}\ C$
- Volt (Spannung): $V = kg\ m^2\ s^{-2}\ C^{-1}$
- Farad (Kapazität): $F = kg^{-1}\ m^{-2}\ s^2\ C^2$
- Tesla (magnetische Feldstärke): $T = kg\ s^{-1}\ C^{-1}$
- Pascal (Druck): $Pa = kg\ m^{-1}\ s^{-2}$
- Bar (Druck): $bar = 10^5\ kg\ m^{-1}\ s^{-2}$

1.2 Konstanten

- Erdbeschleunigung: $g = 9.81ms^{-2}$
- Gravitationskonstante: $G = 6.6726 \cdot 10^{-11}Nm^2kg^{-2}$
- Erdradius: $R_E = 6370km$
- Lichtgeschwindigkeit: $c = 2.998 \cdot 10^8ms^{-1}$
- Schallgeschwindigkeit: $c_S = 343ms^{-1}$
- Elektrische Feldkonstante: $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}C^2N^{-1}m^{-2}$
- Magnetische Feldkonstante: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}VsA^{-1}m^{-1}$
- Elektronenmasse: $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31}kg$
- Einheitsladung: $q = 1.6 \cdot 10^{-19}C$
- Avogadrokonstante: $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}\text{mol}^{-1}$

2 Mechanik

2.1 Newton'sche Gesetze

Für Bewegungen gelten im Allgemeinen die Newton'schen Axiome:

1. Trägheit: Ein kräftefreier Körper bewegt sich geradlinig und gleichförmig
2. Aktion: $F = \frac{d}{dt}p = m \cdot a = m \cdot \ddot{\vec{r}}$
3. Reaktion: Wenn eine Kraft F auf einen Körper wirkt, deren Ursprung in einem anderen Körper liegt, so wirkt auf den anderen Körper die Kraft $-F$

In einer konkreten Aufgabenstellung tritt meistens einer der folgenden Fälle auf:

$$\ddot{\vec{r}} = \begin{cases} 0 & r(t) = v_0t + r_0 \\ a & r(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + r_0 \\ -\omega^2\vec{r}(t) & r(t) = Asin(\omega t + \phi_0) \end{cases}$$

2.2 Gravitation

Ein Gravitationsfeld ist zu einem gleichmässig beschleunigten Bezugssystem äquivalent. Anziehungskraft zwischen 2 Körpern beträgt:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

2.3 Reibungskräfte

Eine Oberfläche, auf der ein Körper steht, übt auf diesen Körper eine Haftreibungskraft F_H aus. Diese wehrt sich gegen eine Bewegung des Körpers und hängt von der Masse des Körpers und vom Reibungskoeffizienten der Oberfläche ab:

$$F_H = F_N \cdot \mu_H$$

Wenn diese Kraft überwunden ist und sich der Körper bewegt, wirkt dann die Gleitreibungskraft:

$$F_G = F_N \cdot \mu_G$$

Es gilt die Beziehung:

$$\tan\theta = \mu$$

2.4 Scheinkräfte

In einem beschleunigten System wirken auf ein Objekt Scheinkräfte. Der Name kommt daher, dass sie nur von Objekten im System wahrgenommen werden, Aussenstehende bemerken sie nicht.
In einer Kreisbewegung wird das bewegte Objekt am Rand des Kreises durch die Zentripetalkraft zurückgehalten. Diese Kraft zeigt zum Kreismittelpunkt und ist keine Scheinkraft. Auf das Objekt wirkt aber zusätzlich noch die Zentrifugalkraft. Diese ist gleich der Zentripetalkraft mit negiertem Vorzeichen und ist eine Scheinkraft.

$$\vec{F_{zp}} = -\vec{F_{zf}} = m\omega^2r = \frac{mv^2}{r}$$

Eine andere solche Kraft ist die Corioliskraft. Sie wirkt auf eine bewegte Masse im rotierenden System. Ein Beispiel wäre das radiale Abfeürn eines Projektils mit konstanter Geschwindigkeit. Für einen aussenstehenden Betrachter ist die Bewegung des Projektils eine gewöhnliche gleichförmige Bewegung, ein Betrachter IM System sieht jedoch zusätzlich eine seitwärtsgerichtete Beschleunigung des Projektils.

$$F_c = 2m\omega v_s$$

Dabei ist v_s die Radialkomponente der Abschussgeschwindigkeit des Projektils.

2.5 Arbeit und Energie

Die mechanische Energie eines Systems setzt sich zusammen aus:

- potentielle Energie: $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$
- kinetische Energie: $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$
- Rotationsenergie: $E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I_s\omega^2$

Es gilt:

$$E_{\text{mech}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{rot}}$$

Wenn ein Objekt durch eine Kraft F von A nach B bewegt wird, leistet die Kraft Arbeit:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Falls diese Kraft konstant ist, dann gilt:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = \triangle E_{mech}$$

Es zählt nur die Kraftkomponente in Bewegungsrichtung. Die Zentripetalkraft leistet zum Beispiel keine Arbeit.
Die Leistung P ist die Änderung der Arbeit pro Zeit:

$$P = \dot{W} = \vec{F} \cdot \dot{\vec{s}} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

2.6 Massensysteme und Erhaltungssätze

Massenmittelpunkt

Bei einem System von Massenpunkten ist der Massenmittelpunkt gegeben durch:

$$\vec{r}_s = \frac{1}{m_{tot}} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

Ein beliebiger Körper kann als Ansammlung von infinitesimalen Massenpuntken betrachet werden. Der Massenmittelpunkt eines Körpers ist also:

$$\vec{r}_s = \frac{1}{m_{tot}} \int_K \vec{r}\, dm$$

Für Rechnungen kann man die Masse eines Körpers in seinem Massenmittelpunkt konzentriert denken.
Der Massenmittelpunkt fällt genau dann mit dem Schwerpunkt zusammen, wenn über die Gesamtheit der Massenpunkte die Anziehungskraft konstant ist.

Energieerhaltung

In einem geschlossenen System gilt der Energieerhaltungssatz:

$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{rot}} = E'_{\text{kin}} + E'_{\text{pot}} + E'_{\text{rot}}$$

Impulserhaltung

Analog zum Energieerhatungssatz gilt für den Impuls $p = mv$:

$$p_{\text{tot}} = \sum_i m_i \cdot \vec{v}_i = \sum_i m'_i \cdot \vec{v}_i{}'$$

Wichtig ist dabei, dass sich bei elastischen Stössen nur die Geschwindigkeiten ändern, bei inelastischen Stössen aber auch die Massenverteilung.

Drehimpulserhaltung

Für den totalen Drehimpuls gilt:

$$L_{\text{tot}} = I\omega = I'\omega'$$

Anhand dieses Zusammenhangs lässt sich erklären, wieso ein sich selbst drehender Schlittschuhläufer schneller dreht, nachdem er die Arme eingezogen hat. Eine Veränderung des Drehimpulses aufgrund Verkleinerung des Radius um die eigene Achse bewirkt, dass die Winkelgeschwindigkeit ω zunimmt. Dabei bleibt aber die Streckengeschwindigkeit v konstant.

2.7 Stösse zwischen Massen

Für elastische Stösse zwischen Massen gilt:

$$\vec{v}_{1,e} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \vec{v}_{1,a} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot \vec{v}_{2,a}$$
$$\vec{v}_{2,e} = -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \vec{v}_{2,a} + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \vec{v}_{1,a}$$

2.8 Rotation starrer Körper

Bei der Betrachtung starrer Körper erweisen sich folgende Formeln als besonders nützlich:

- Periodendauer: $T = \frac{1}{f}$
- Winkel: $\varphi = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Radius}}$
- Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \dot{\varphi} = \frac{v}{r} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
- Winkelbeschleunigung: $\alpha = \frac{a}{r} = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$

Es gelten die folgenden Beziehungen (I_s ist das Trägheitsmoment und r der Abstand bzgl der eigenen Drehachse):

- Trägheitsmoment: $I_s = \int_K r^2 dm \approx \sum_i m_i r_i^2$
- Regel von Steiner: $I = I_s + ml^2$
- Drehimpuls: $L = I \cdot \omega = \vec{r} \times \vec{p}$
- Drehmoment: $M = \vec{r} \times \vec{F} = \dot{L} = I \cdot \alpha$

In den meisten Fällen gilt $I = I_s$ weil $l = 0$.
Ein paar besondere Trägheitsmomente mit Drehachse durch den Massenmittelpunkt:

- Punktmasse/Ring/Zylinderschale: $I_s = mR^2$
- Massive Kugel: $I_s = \frac{2}{5}mR^2$
- Hohle Kugel: $I_s = \frac{2}{3}mR^2$
- Massiver Zylinder/Kreisscheibe: $I_s = \frac{1}{2}mR^2$
- Hohlzylinder: $I_s = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2)$
- Quader (Achse parallel zu Seite): $I_s = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$

Eine Anwendung der obigen Gesetze liefert die Betrachtung eines Zylinders, der einen Hang mit Neigungswinkel θ runterrollt. Die Kraftkomponenten der Gewichtskraft betragen:

- Hangabtriebskraft: $F_H = mg\sin\theta$
- Normalkraft: $F_N = mg\cos\theta$

Entgegengesetzt zu F_H wirkt die Reibungskraft F_R. Das Drehmoment M verursacht eine Winkelbeschleunigung α. Es gilt:

$$M = F_R R = \frac{I_s a}{R}$$
$$a = \frac{mg\sin\theta}{m + \frac{I_s}{R^2}}$$

2.9 Gleichgewichtsaufgaben

Allgemeines Rezept:

1. Kräfte Nullsetzen: $\sum_i F_i = 0$ (Komponentenweise)
2. Drehmomente Nullsetzen: $\sum_i M_i = 0$ (Richtung beachten)
3. Gleichungssystem auflösen

2.10 Wellen

Allgemein

Die Wellengleichung ist eine Differentialgleichung, deren Lösung x die Ausbreitung der Wellen beschreibt:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = x_{tt} - v^2 x_{zz} = 0$$

Die allgemeine Lösung ist:

$$\begin{aligned} x(t,z) = A[&\sin(kz+\omega t+\phi_0) + \sin(kz-\omega t+\phi_0)] + \\ &B[\cos(kz+\omega t+\phi_0) + \cos(kz-\omega t+\phi_0)] \end{aligned}$$

In den meisten praktischen Fällen gilt entweder $A = 0$ oder $B = 0$, weshalb die eigentlich Lösung im Allgemeinen kürzer wird. Wichtige Begriffe und grundlegende Beziehungen:

- Wellenlänge $\lambda = \frac{c}{f}$: Distanz, die auf gerader Strecke in einer Periode zurückgelegt wird.
- Faktor k aus der Wellengleichung: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
- $v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi}{kT}$

2.11 Schwingungen

Bei den folgenden Formeln ist l der Abstand vom Massenmittelpunkt zum Fadenursprung.

Federpendel

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + kx &= 0 \\ x(t) &= A\cos(\omega t+\phi) + \frac{mg}{k} \\ \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} \\ E_{pot}(t) &= \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\phi) \\ E_{kin}(t) &= \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t+\phi) \end{aligned}$$

Fadenpendel

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega^2 x &= 0 \\ \theta(t) &= A\cos(\omega t+\phi) \\ \omega &= \sqrt{\frac{g}{l}} \\ E_{pot}(t) &= \frac{1}{2}mglA^2\cos^2(\omega t+\phi) \\ E_{kin}(t) &= \frac{1}{2}mglA^2\sin^2(\omega t+\phi) \end{aligned}$$

Physikalisches Pendel

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{mgl}{I}} \\ E_{pot}(t) &= \frac{1}{2}mglA^2\cos^2(\omega t+\phi_0) \\ E_{kin}(t) &= \frac{1}{2}mglA^2\sin^2(\omega t+\phi_0) \end{aligned}$$

Gedämpfte Schwingung

Schwingung, bei der die Amplitude exponentiell abnimmt. Sie wird beschrieben durch:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0$$

Als Lösung ergibt dies:

$$x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega_1 t+\phi) \quad \gamma < \omega_0$$

Dabei gilt:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{b}{2m} \\ \omega_1 &= \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \\ \text{Qualitätsfaktor } Q &\approx \frac{1}{2\gamma}\cdot\frac{2\pi}{T} \approx \frac{\omega_0}{2\gamma} \end{aligned}$$

Für $\gamma = \omega_0$ ist es eine kritische Dämpfung, es kommt keine Schwingung zustande (Stossdämpfer).

Erzwungene Schwingung, Resonanz

Eine erzwungene Schwingung ist eine Schwingung, die durch periodisch zugefügte Kraft erzeugt wird. Resonanz tritt dann auf, wenn die Frequenz dieser Schwingung die Eigenfrequenz des Systems ist. In diesem Fall wird auch die Amplitude am grössten. Eine erzwungene gedämpfte Schwingung mit treibender Kraft wird beschrieben durch:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t}$$

Diese Differentialgleichung hat die Lösung:

$$x(t) = A\cdot e^{i(\omega_1 t+\phi)-\gamma t} + B\cdot e^{i\omega t - t\delta}$$

Dabei bezeichnet der A-Term den Einschwingvorgang und der B-Term die stationäre Lösung. Dabei gilt:

$$\begin{aligned} \tan\delta &= \frac{b\omega}{k - m\omega^2} = \frac{b\omega}{m(\omega_0^2-\omega^2)} \\ B &= \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2-\omega^2)^2 + b^2\omega^2}} \\ \omega_{res} &= \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2} \end{aligned}$$

2.12 Doppler-Effekt

Grundsätzlich unterscheidet man 2 Fälle:

- Quelle bewegt sich: $\nu_Q = \frac{\nu_0}{1\pm\frac{v}{c_s}}$
- Beobachter bewegt sich: $\nu_Q = \nu_0(1\pm\frac{v}{c_s})$

3 Spezielle Relativitätstheorie

3.1 Relativitätsfaktor

Notwendig für alle relativistischen Berechnungen ist der sogenannte Lorentzfaktor γ:

$$\beta = \frac{v}{c}$$
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

3.2 Lorentztransformation

Die Lorentztransformation stellt eine Verbindung zwischen den Inertialsystemen dar. Dabei sei S' das bewegte System und S das Ruhesystem. Es gelten die Beziehungen:

- $x' = \gamma(x - vt)$
- $t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2})$

3.3 Zeitdilatation und Längenkontraktion

Aus dem bewegten System betrachtet, kommt einem die zurückgelegte Strecke kürzer vor, als sie wirklich ist. In diesem Zusammenhang entstehen Längenkontraktion und Zeitdilatation. In den folgenden Formeln stell τ eine Zeitspanne und l eine Strecke im Raum dar.

- $\tau' = \gamma\tau$
- $l' = \frac{1}{\gamma} l$

3.4 Relativistischer Doppler-Effekt

Wenn sich die Quelle auf den Beobachter zubewegt, erfährt er die Frequenz als höher, wenn sich die Quelle wegbewegt, wird die Frequenz für den Beobachter tiefer.

$$\nu' = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \cdot \nu$$

Dabei ist β positiv für eine Entfernung und negativ für eine Annäherung.

4 Elektromagnetismus

4.1 E-Felder

Coulomb-Gesetz und E-Felder

Kraft zwischen zwei Punktladungen (Coulomb-Gesetz):

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qq'}{r^2} \cdot \vec{e_r}$$

Kraft auf eine Probeladung im E-Feld:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

Einige wichtige E-Felder im Abstand r von:

- Punktladung / Kugel(ausserhalb): $\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \vec{e_r}$
- Linienladung: $\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \cdot \vec{e_r}$
- Geladene, unendlich ausgedehnte Platte: $\vec{E}(r) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \vec{e_r}$
- Geladene Hohlkugel: $E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} = \frac{R^2\sigma}{r^2\varepsilon_0}$

Gauss-Gesetz für E-Felder

Das Gauss-Gesetz für E-Felder:

$$\oiint \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_e}{\varepsilon_0}$$

Bei der Verwendung dieses Gesetzes ist das Ziel meistens, die Gauss-Dose so geschickt zu wählen, dass das E-Feld konstant wird. Dadurch vereinfacht sich das Integral:

$$E \cdot A \cdot \varepsilon_0 = Q_e$$

Potential, Spannung, Arbeit

Nötige Arbeit, um eine Punktladung von A nach B zu bewegen:

$$W = q \int_A^B \vec{E}(r) d\vec{r} = E_{pot}(A) - E_{pot}(B)$$

Das elektrische Potential in einem Punkt P ist die potentielle Energie pro Einheitsladung definiert:

$$V(P) = \frac{E_{pot}(P)}{q}$$

Allgemeine Berechnung der Potentialdifferenz (Spannung):

$$U = V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E}(r) d\vec{r}$$

Im Falle eines räumlich konstanten E-Feldes (z.B im Plattenkondensator) gilt daher:

$$U = E \cdot d$$

Spannung zwischen einem Punkt im Unendlichen und einem Punkt im Abstand r von:

- einer Punktladung: $U(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$
- einer Linienladung: $U(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \ln(r)$

Spannung zwischen Kondensatorplatten: $U = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$ weil $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Kondensatoren, Kapazität

Die Kapazität eines Kondensators ist gegeben durch:

$$C_{Kond} = \frac{Q}{U}$$

Kapazität eines:

- Plattenkondensators: $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A_{\text{Platte}}}{d}$
- Kugelkondensators: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

Elektrische Energie (bzw Arbeit):

$$W_{el} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2$$

Elektrisches Dipol

Zwei Ladungen q und $-q$ im Abstand a von einander bilden ein elektrisches Dipol. Stärke und Richtung werden durch das Dipolmoment angegeben:

$$\vec{P} = q \cdot \vec{a}$$

Das Dipol richtet sich gegen das E-Feld und schwächt es ab. Das E-Feld auf der Achse im grossen Abstand r vom Dipol:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\vec{P}}{r^3}$$

Nötige Arbeit, um ein Dipol im externen Feld von A nach B zu bringen:

$$W = E_{pot}(A) - E_{pot}(B) = \vec{P} \cdot \vec{E}(B) - \vec{P} \cdot \vec{E}(A)$$

Setzen wir nun B ins Unendliche und $E_{pot}(B) = 0$, erhalten wir für die potentielle Energie des Dipols:

$$E_{pot}(r) = -\vec{P} \cdot \vec{E}(r)$$

Ein externes E-Feld bewirkt ein Drehmoment auf den Dipol:

$$\tau = \vec{P} \times \vec{E}$$

Elektrischer Strom

Fliessende Ladung bildet einen Strom. Die Stärke ist die totale Ladung, die pro Zeiteinheit fliesst:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Die Stromdichte j ist definiert als:

$$j = qnv$$

wobei q die Ladung eines Ladungsträgers, n die Anzahl der Ladungsträger und v die durchschnittliche Geschwindigkeit eines Ladungsträgers ist.
Es gilt dann:

$$I = j \cdot A$$

4.2 Magnetfelder (B-Felder)

Biot-Savart Gesetz

Das Biot-Savart Gesetz lautet:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int_K \frac{d\vec{l} \times \vec{e_r}}{r^2}$$

Dieses Gesetz ist nur dann nützlich, falls der Leiter ringförmig ist. Bei einem ringförmigen Draht ergibt sich so im Mittelpunkt $B = \frac{\mu_0 I}{2r}$. In allen anderen Fällen benutzt man das Ampere-Gesetz.

Ampere-Gesetz

Das Ampere-Gesetz lautet:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_e$$

Hier ist wieder das Ziel, die Schleife so zu wählen, dass das B-Feld während der Integration konstant bleibt, und sich folgende Formel ergibt:

$$\mu_0 \cdot I_e = B \cdot l$$

Einige wichtige B-Felder

Das B-Feld im Abstand r eines stromführenden Drahtes:

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Das B-Feld im Inneren einer Spule, wobei l die gesamte Länge der Spule bezeichnet (nicht die Länge des Drahts !!):

$$B_{innen} \approx \mu_0 I \frac{N}{l}$$

Lorentz-Kraft

Wenn eine Ladung q in einem B-Feld bewegt wird, erfährt sie die Lorentz-Kraft (magnetische Kraft):

$$\vec{F}_{mag} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Aufgrund dieser Kraft, kann man schliessen, dass 2 parallele, durchströmte Drähte gegenseitig eine Kraft auf einenander bewirken (anziehend, falls gleiche Stromrichtung, sonst abstossend):

$$F = \frac{2\pi d}{\mu_0} \cdot I_1 I_2 \cdot l$$

Gauss-Gesetz für B-Felder

Es existiert auch eine Version des Gauss-Gesetzes für Magnetfelder. Hier wird die Tatsache benutzt, dass keine magntischen Monopole existieren:

$$\oiint \vec{B} d\vec{S} = 0$$

Anders als bei der Gauss-Dose für E-Felder integriert man hier über die totale nach aussen gerichtete Oberfläche.

4.3 E- und B-Felder in Medien

E-Felder

Wenn sich ein Isolator in einem E-Feld befindet, wird das Material polarisiert. Die Protonen und Elektronen wehren sich gegen das Feld und richten sich so aus, dass es im Inneren abgeschwächt wird. Die effektive Stärke des E-Felds hängt also vom Material ab. Es gilt:

$$\int \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon_0} = \frac{Q_{ext}}{\varepsilon_0} + \frac{Q_M}{\varepsilon_0} = \int \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0} d\vec{A} - \int \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} d\vec{A}$$

Da die interne Abschwächung des Feldes sehr schwierig zu berechnen ist, benutzt man die folgenden Beziehungen zwischen den Feldern:

- $\vec{P} = \chi_e \cdot \vec{E} \cdot \varepsilon_0$
- $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E}(1 + \chi_e) = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$

In einem Leiter ist die Abschwächung des Feldes genau so gross wie das externe Feld. Deshalb ist im Leiter selbst das E-Feld immer 0.

B-Felder

Wenn sich ein nicht-magnetisierbares Material im B-Feld befindet, kann das B-Feld im Allgemeinen entweder verstärkt oder geschwächt werden. Auch hier hängt die Stärke des Feldes schlussendlich vom Material ab. Es gilt:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{tot} = \mu_0 I_{ext} + \mu_0 I_M = \oint \vec{H} d\vec{l} + \oint \vec{M} d\vec{l}$$

Wie beim E-Feld ist auch hier der interne Beitrag zum E-Feld schwierig zu berechnen. Es gelten die Beziehungen:

- $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$
- $\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}$
- $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}(1 + \chi_M) = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

4.4 Faraday-Gesetz, Induktion

Lenz'sches Gesetz

Die induzierte Spannung wirkt immer ihrer Ursache entgegen. Konkret manifestiert sich dies im "Minus" vor den folgenden Formeln.

Induktionsspannung

Wenn sich eine geschlossene Leiterschleife durch ein Magnetfeld bewegt, entsteht in Abhängigkeit der Flussänderung $\dot{\phi}$ senkrecht durch die Fläche eine entgegengesetzt gerichtete Spannung.

$$emf = U_{ind} = \oint \vec{E}d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}d\vec{A}$$

In einem räumlich (aber nicht zwingend zeitlich) konstanten Magnetfeld gilt $\phi = B_\perp \cdot A$:

$$U_{ind} = -\frac{d}{dt}\phi = -(\dot{B_\perp} A + B_\perp \dot{A})$$

Selbstinduktion

Es werde durch eine Schleife ein zunehmender Strom I eingespeist. Das vom Strom erzeugte Magnetfeld nimmt proportional zur Stromstärke zu. Auch der magnetische Fluss ϕ durch den Kreis nimmt mit zunehmender Stromstärke zu. Es gilt:

$$\phi = L \cdot I$$

Dabei ist das L die Selbstinduktivität dieser Schleife. Sei μ die magnetische Permeabilität des Schleifenmaterials. L wird berechnet durch:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l}$$

Durch die Selbstinduktion wehrt sich die Schleife gegen den Aufbau (oder Abbau) des Stroms. Die induzierte Spannung beträgt:

$$U_{ind} = -\dot{\phi} = -L\dot{I}$$

Die benötigte Arbeit zur Bildung des Stroms I_{end} und damit des B-Feldes beträgt:

$$W = \frac{1}{2}LI_{end}^2$$

Gegeninduktion, Transformator

Man betrachte folgende Situation es stehen 2 Leiterkreise nebeneinander. Im ersten Kreis K_1 wird ein Strom I aufgebaut. Die Feldlinien des B-Feldes B_1 fliessen zum Teil durch den zweiten Leiterkreis. Im zweiten Kreis wird also eine Spannung induziert und es wird ein Strom in die andere Richtung aufgebaut.
Es gilt die sogenannte Reziprozität: der Fluss durch K_1 bei einem Strom I durch K_2 ist identisch zum Fluss durch K_2 bei einem Strom I durch K_1.
Ein Transformator setzt eine gegebene Wechselspannung in eine höhere oder tiefere Spannung um. Das Gerät ist folgendermassen aufgebaut: um ein Eisenjoch ist eine primäre Spule mit N_1 Windungen und eine sekundäre Spule mit N_2 Windungen gewickelt. Ein Strom in der ersten Spule erzeugt ein B-Feld, welches aufgrund der hohen Permeabilität des Eisenjochs vollständig in die andere Spule gelenkt wird. In der zweiten Spule wird eine Spannung induziert, welche von der Windungszahl beeinflusst werden kann:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Dies geht natürlich alles nur mit Wechselstrom, da die Induktionsspannung nur bei Flussänderung auftritt.

4.5 Maxwell-Gleichungen

Die Zirkulation des E-Feldes entlang einer geschlossenen Schleife $\mathcal{L}$ im Raum ist gleich der Zeitableitung des magnetischen Flusses durch eine von $\mathcal{L}$ begrenzte Fläche S:

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{E} \cdot \ d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B} \cdot \ d\vec{S}$$

Auch umgekehrt gilt mit einem zeitabhängigen B-Feld auch unlöslich ein E-Feld verbunden ist:

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot \ d\vec{l} = \mu_0 \left[I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\iint_S \vec{E} \cdot \ d\vec{S}\right]$$

4.6 Elektromagnetische Wellen

Die Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle kann durch 2 Kurven charakterisiert werden:

- elektrische Wellenfunktion: $\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(kz-\omega t)}$
- magnetische Wellenfunktion: $\vec{B}(z,t) = \vec{B}_0 \cdot e^{i(kz-\omega t)}$

Die beiden Paramter werden berechnet als:

- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
- $\omega = ck$

Dabei gelten die Beziehungen:

$$E_{0,x} = c \cdot B_{0,y}$$
$$E_{0,y} = -c \cdot B_{0,x}$$
$$B^2 = \frac{1}{c^2}E^2 = \mu_0\varepsilon_0 E^2$$

Weil die beiden Wellen auf einander senkrecht stehen, muss gelten:

$$\vec{E}_0 \cdot \vec{B}_0 = 0$$

Totale Energie einer EM-Welle pro Volumeneinheit (Energiedichte):

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{\mu_0}B_0^2\right)$$

Der Poynting-Vektor zeigt in die Richtung der Ausbreitung der Wellen:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \cdot (\vec{E}_0 \times \vec{B}_0)$$

Der Strahlungsdruck beträgt:

$$P = \frac{1}{c} \cdot \vec{S}$$

5 Index der Übungsserien

Serie 1

- Dimensionsanalysen
- Bewegung
- Geschwindigkeit, Beschleunigung

Serie 2

- Reibung
- Schiefe Ebene
- Rollengleichgewicht
- James Bond: Corioliskraft

Serie 3

- Freier Fall
- Massenmittelpunkt (Halbkugel)
- Kreisbewegung, Scheinkräfte
- Elastische, inelastische Stösse

Serie 4

- Trägheitsmoment Öltanker
- Drehmoment
- Massenmittelpunkt eines Beins

Serie 5

- Doppler-Effekt
- Gitarrensaite
- Rutschende Leiter
- gedämpftes, schwingendes Bein

Serie 6

- Zwillingsparadoxon
- Doppker-Effekt, relativistisch

Serie 7

- Ladung im Abstand einer Münze
- E-Felder, Superposition
- E-Feld einer Kugel, Gauss

Serie 8

- Schichtkondensator
- Kugelkondensator
- Plattenkondensator

Serie 9

- Strom + Drehmoment
- B-Feld mit Kreis und Draht
- Wienfilter (Geschwindigkeit)

Serie 10

- B-Feld und H-Feld
- Gauss-Gesetz für B-Felder
- Lorentzkraft

Serie 11

- Isolierende Kugel
- Kabel im Zylinder
- Nullbeweis mit Ampere-Gesetz
- Stromrohr und Platten

Serie 12

- Induktion
- Selbstinduktion einer Spule

Serie 13

- Maxwell Geichungen
- Elektromagnetische Wellen